असमानता

असमानताओं की परिभाषा

बीजगणित में, असमानता एक गणितीय कथन है जो असमानता प्रतीक का उपयोग करके दो अभिव्यक्तियों के बीच संबंध दिखाता है। असमानता चिन्ह के दोनों ओर के भाव समान नहीं होते हैं। इसका मतलब है कि बाईं ओर की अभिव्यक्ति दाईं ओर की अभिव्यक्ति से अधिक या कम होनी चाहिए या इसके विपरीत। यदि दो बीजगणितीय अभिव्यक्तियों के बीच संबंध को असमानता प्रतीकों का उपयोग करके परिभाषित किया जाता है, तो इसे शाब्दिक असमानताएं कहा जाता है।

परिभाषा: " यदि दो वास्तविक संख्याएँ या बीजगणितीय अभिव्यक्तियाँ प्रतीकों ">", "<", "≥", "≤" से संबंधित हैं, तो संबंध को असमानता कहा जाता है ।

उदाहरण के लिए, x>3 (x 3 से बड़ा होना चाहिए)

खुला वाक्य: असमानता को एक खुला वाक्य कहा जाता है यदि इसमें केवल एक चर हो।

उदाहरण के लिए, x < 6 (x 6 से कम है)

दोहरी असमानताएँ : यदि कथन भावों या संख्याओं का दोहरा संबंध दर्शाता है तो असमानता को दोहरी असमानता कहा जाता है।

उदाहरण: 3≤x<8 (x, 3 से बड़ा या उसके बराबर और 8 से कम है)

असमानता के प्रतीक

सबसे परिचित असमानता चिह्न "समान नहीं चिह्न (≠)" है। लेकिन असमानताओं पर मूल्यों की तुलना करने के लिए निम्नलिखित प्रतीकों का उपयोग किया जाता है।

सख्त असमानता

सख्त असमानता प्रतीक प्रतीक (<) से कम और प्रतीक (>) से बड़े होते हैं। इन दो प्रतीकों को सख्त असमानताएँ कहा जाता है, क्योंकि यह दर्शाता है कि संख्याएँ एक दूसरे से सख्ती से अधिक या कम हैं।

उदाहरण के लिए,

- 5 <9 (5 बिल्कुल 9 से कम है)
- 10 > 7 (10 पूर्णतः 7 से बड़ा है)

सुस्त असमानता

सुस्त असमानताएँ प्रतीक (≤) से कम या उसके बराबर और प्रतीक (≥) से अधिक या उसके बराबर होती हैं। ढीली असमानताएँ दो असमानताओं के बीच संबंध का प्रतिनिधित्व करती हैं जो सख्त नहीं हैं।

उदाहरण के लिए,

- $x \geq 15$ (x 15 से बड़ा या उसके बराबर है)
- $x \leq 9$ (x 9 से कम या उसके बराबर है)

असमानताओं के गुण

असमानताओं के गुण निम्नलिखित हैं:

सकर्मक संपत्ति

तीन संख्याओं के बीच संबंध को सकर्मक गुण का उपयोग करके परिभाषित किया गया है।

यदि a, b और c तीन संख्याएँ हैं, तो

यदि $a \geq b$, और $b \geq c$, तो $a \geq c$

इसी प्रकार,

यदि $a \leq b$, और $b \leq c$, तो $a \leq c$

उपर्युक्त उदाहरण में, यदि एक संबंध सख्त असमानता द्वारा परिभाषित किया गया है, तो परिणाम भी सख्त असमानता में होना चाहिए।

उदाहरण के लिए,

यदि $a \geq b$, और $b > c$, तो $a > c$.

जोड़ और घटाव गुण

असमानताओं का जोड़ और घटाव गुण बताता है कि असमानताओं के दोनों पक्षों पर समान स्थिरांक को जोड़ना या घटाना एक दूसरे के बराबर है।

मान लीजिए "म" स्थिर है,

यदि $x \le y$, तो $x + m \le y + m$

यदि $x \ge y$, तो $x + m \ge y + m$

इसी प्रकार, घटाव संक्रिया के लिए,

यदि $x \le y$, तो $x - m \le ym$

यदि $x \ge y$, तो $x - m \ge ym$

गुणा और भाग गुण

यदि किसी धनात्मक अचर संख्या को किसी असमानता के दोनों पक्षों से गुणा या विभाजित किया जाए, तो असमानता वही रहती है। लेकिन, यदि असमानता को ऋणात्मक स्थिर संख्या से गुणा या विभाजित किया जाता है, तो असमानता की अभिव्यक्ति उलट जाएगी।

मान लीजिए कि "m" एक धनात्मक स्थिरांक है,

यदि $x \le y$, तो $xm \le ym$ (यदि $m>0$)

यदि $x \ge y$, तो $xm \ge ym$ (यदि $m>0$

माना कि "m" एक ऋणात्मक अचर संख्या है,

यदि $x \le y$, तो $xm \ge ym$ (यदि $m<0$)

यदि $x \ge y$, तो $xm \le ym$ (यदि $m<0$)

उपरोक्त शर्त डिवीजन ऑपरेशन के लिए सही है।

बातचीत संपत्ति

विपरीत गुण बताता है कि यदि हम संख्या को पलटते हैं, तो हमें असमानता प्रतीक को भी पलटना होगा।

यानी, यदि $a \ge b$, तो $b \le a$

इसी तरह, यदि $a \le b$, तो $b \ge a$.

असमानताओं का समाधान

असमानताओं को हल करना किसी समीकरण को हल करने के समान ही है। असमानताओं को हल करते समय नीचे दिए गए नियमों का पालन करें, जो असमानता की दिशा को प्रभावित नहीं करते हैं:

- किसी असमानता के दोनों ओर समान संख्या जोड़ें या घटाएँ।
- असमानता को उसी धनात्मक संख्या से गुणा या विभाजित करें।
- असमानता के एक पक्ष को सरल बनायें।

अब, आइए चर्चा करें कि एक चर और दो चर में रैखिक असमानताओं को कैसे हल किया जाए।

एक चर में रैखिक असमानताओं को हल करना

यदि रैखिक असमानता में केवल एक चर होता है, तो इसे एक चर में रैखिक असमानता कहा जाता है। तो, यहां हमें अज्ञात चर का मान ज्ञात करने की आवश्यकता है।

असमानताएँ उदाहरण 1:

एक चर में रैखिक असमानता को हल करें: $7x+3<5x+9$

समाधान:

दी गई असमानता $7x+3<5x+9$ है।

असमानता के दोनों पक्षों से $5x$ घटाएँ

इस प्रकार,

$\Rightarrow 7x+3-5x < 5x+9-5x$

$\Rightarrow 2x+3 < 9$

$\Rightarrow 2x < 9-3$

$\Rightarrow 2x < 6$

$\Rightarrow x < 3$

अतः, रैखिक असमानता $7x+3 < 5x+9$ का सरलीकृत रूप $x < 3$ है।

दो चरों में रैखिक असमानताओं को हल करना

यदि रैखिक असमानता में दो चर होते हैं, तो इसे दो चर में रैखिक असमानता कहा जाता है । यहां, हमें x और y के मानों की जोड़ी, यानी, (x, y) के लिए निर्धारित समाधान खोजना होगा।

असमानताएँ उदाहरण 2:

दो चरों में रैखिक असमानता को हल करें: $40x+20y \leq 120$

समाधान:

दी गई असमानता $40x+20y \leq 120$ है...(1)

सबसे पहले, समीकरण का LHS लें, $40x+20y$

माना $x=0$, हमें प्राप्त होता है

$40x+20y = 40(0)+20y$

= 20 वर्ष

अतः, $20y \leq 120$

$y \leq 6$ ... (2)

इस प्रकार, यदि $x=0$, तो y मान 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ले सकता है।

यानी, (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0,6)

इसी प्रकार, यदि हम $x = 1, 2,$ और 3 लेते हैं, तो संभावित समाधान हैं:

(1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3) , 0).

असमानताओं का रेखांकन

रैखिक असमानता का रेखांकन करते समय, सबसे पहले, चर का समाधान करें। फिर, समाधान सेट ढूंढें, जो दी गई असमानता को ग्राफ़ करने में मदद करेगा। अब, आइए जानें कि एक चर और दो चर में रैखिक असमानता का रेखांकन कैसे करें।

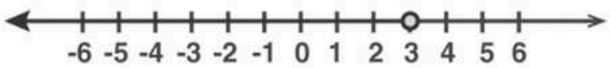
एक चर में रैखिक असमानता का रेखांकन

यदि रैखिक असमानता में केवल एक चर है, तो संख्या रेखा का उपयोग करके ग्राफ़ खींचा जा सकता है। ऊपर दिए गए उदाहरण 1 पर विचार करें,

यानी, $7x+3<5x+9$

असमानता के लिए निर्धारित समाधान $x<3$ है, जो $(-\infty, 3)$ के बराबर है

इस प्रकार, इसे संख्या रेखा का उपयोग करके खींचा जा सकता है।



दो चरों में रैखिक असमानता का रेखांकन

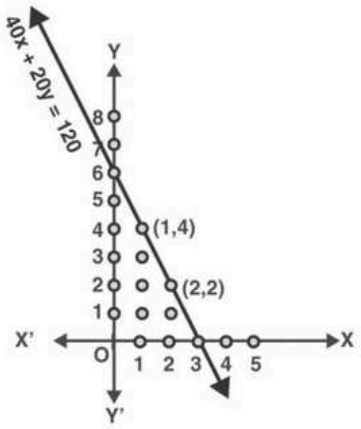
दो चरों में रैखिक असमानता का ग्राफ कार्तीय तल या xy निर्देशांक तल पर होना चाहिए।

ऊपर चर्चा की गई असमानता पर विचार करें:

$40x+20y \leq 120$

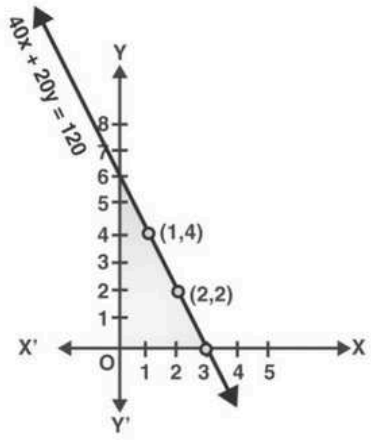
इस समीकरण को ग्राफिक रूप से दर्शाने के लिए, पहले समीकरण $40x+20y = 120$ पर विचार करें और इसका ग्राफ बनाएं।

अब, बिंदुओं को आलेखित करें (0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (0, 5), (0,6), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0) समन्वय तल में.



असमानता का ग्राफ खींचने के लिए, एक बिंदु लें, मान लीजिए (0, 0) और जांचें कि क्या बिंदु असमानता को संतुष्ट करेगा, और हम देखते हैं कि बिंदु (0, 0) समीकरण को संतुष्ट करता

है। इसलिए, समतल में शेष बिंदुओं को आलेखित करें, और हमें असमानता ग्राफ इस प्रकार मिलता है:



Exercise

निर्देश (1-5): निम्नलिखित प्रत्येक प्रश्नों में विभिन्न प्रतीक बताए गए अर्थों में प्रयोग किए गए हैं। इसके बाद तीन कथन दिए गए हैं, इन कथनों में अलग-अलग तत्वों के बीच का संबंध दर्शाया गया है। इन कथनों के बाद दो निष्कर्ष दिए गए हैं। दिए गए कथनों को सत्य मानते हुए पता लगाइए कि उनके नीचे दिए दो निष्कर्ष I और II में से कौन-सा/कौन-से निश्चित रूप से सत्य हैं?

'P # Q' का अर्थ है, 'P, Q से छोटा नहीं है'। 'P $ Q' का अर्थ है, 'P, Q से न तो बड़ा है और न ही छोटा है'। 'P @ Q' का अर्थ है, 'P, Q से न तो बड़ा है और न ही बराबर है'। 'P * Q' का अर्थ है, 'P, Q से बड़ा नहीं है'। 'P © Q' का अर्थ है, 'P, Q से न तो छोटा है और न ही बराबर है'।

1. कथन: B $ K, K @ D, D # M

निष्कर्ष: I. B $ M II. B @ M

A. केवल निष्कर्ष I सत्य है।
B. केवल निष्कर्ष II सत्य है।
C. या तो निष्कर्ष I या II सत्य है।
D. न तो निष्कर्ष I और न ही II सत्य है।
E. निष्कर्ष I और II दोनों सत्य है।

2. कथन: H @ N, N © W, W # V

निष्कर्ष: I. H @ V II. V @ N

A. केवल निष्कर्ष I सत्य है।
B. केवल निष्कर्ष II सत्य है।
C. या तो निष्कर्ष I या II सत्य है।
D. न तो निष्कर्ष I और न ही II सत्य है।
E. निष्कर्ष I और II दोनों सत्य है।

3. कथन: J * D, Q # D, Q @ M

निष्कर्ष: I. Q © J II. Q $ J

A. केवल निष्कर्ष I सत्य है।
B. केवल निष्कर्ष II सत्य है।

C. या तो निष्कर्ष I या II सत्य है।

D. न तो निष्कर्ष I और न ही II सत्य है।

E. निष्कर्ष I और II दोनों सत्य है।

4. कथन: F # G, N $ G, N © T

निष्कर्ष: I. T © F II. N * F

A. केवल निष्कर्ष I सत्य है।

B. केवल निष्कर्ष II सत्य है।

C. या तो निष्कर्ष I या II सत्य है।

D. न तो निष्कर्ष I और न ही II सत्य है।

E. निष्कर्ष I और II दोनों सत्य है।

5. कथन: M © R, R @ K , K $ T

निष्कर्ष: I. T © R II. T © M

A. केवल निष्कर्ष I सत्य है।

B. केवल निष्कर्ष II सत्य है।

C. या तो निष्कर्ष I या II सत्य है।

D. न तो निष्कर्ष I और न ही II सत्य है।

E. निष्कर्ष I और II दोनों सत्य है।

Answer Key

1. D
2. B
3. C
4. B
5. A

NOTOPEDIA
© 2025 Notopedia All rights reserved.